

# СЛОВО

## ГОЛОВНОГО РЕДАКТОРА

Розпочався новий 2012 рік. Ви тримаєте перший у цьому році номер «Країни знань». Що нового вас чекає на сторінках нашого журналу?

Ми й надалі будемо друкувати статті вчених із математики, фізики, хімії, біології та інших наук. Будемо залучати до співпраці відомих науковців України та інших країн.

Редколегія нашого журналу та Український державний центр «Мала академія наук України» уклали угоду про співпрацю, мета якої — заохочувати вас читати науково-популярну літературу, вчитися писати статті, а редколегія журналу «Країна знань» буде сприяти і друкуватиме ваші статті, найцікавіші для читачів.

Ми сподіваємося, що рубрика «Роботи МАН», в якій

друкуються статті юних авторів, буде в кожному номері.

У межах цього договору я разом із групою вчителів фізики та співробітників МАН побувала в кінці року в **Європейській організації з ядерних досліджень**, найбільшій у світі лабораторії фізики високих енергій ЦЕРН (*CERN від фр. Conseil Europeen pour la Recherche Nucleaire*), яка знаходиться в Женеві, Швейцарія. Керівництво організації розуміє, що майбутнє науки виховується в школі, тому однією з важливих програм є програма «**ЦЕРН для викладачів**».

У 2011 році була прийнята спільна Декларація Малої Академії наук України та ЦЕРНу про участь українських викладачів і студентів у навчальних програмах ЦЕРНу.

У межах цих програм викладачам, учителям фізики, школярам, студентам, які приїжджають із різних країн світу, розповідають про наукові та технічні досягнення в галузі фізики високих енергій.

Наша група була першою з України, її радо вітали, і провідні світові вчені, які працюють у ЦЕРНі, читали нам цікаві лекції і проводили пізнавальні екскурсії.

У ЦЕРНі багато років працюють завідувач відділу фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАНУ, представник України в ЦЕРНі, професор **Геннадій Михайлович Зінов'єв** і завідувач лабораторії ІТФ НАНУ, професор **Євген Сергійович Мартинов**.

Ім сподобався наш журнал, вони вважають популяризацію знань необхідною справою і запропонували вести в нашому журналі рубрику «**Новини з ЦЕРНу**».

Отримувати найперші новини прямо із лабораторії вчених, викладені захоплююче й зрозуміло, — це честь для нашого журналу і це необхідно для вас, адже ЗНАННЯ — СИЛА.

Останній номер нашого журналу був подарований всім лекторам з запрошенням писати статті для вас.

Генеральний директор ЦЕРНу **Рольф-Дітер Хойєр** виступав перед українською групою і, ознайомившись із нашим журналом, висловив схвалення роботі редколегії з пропаганди наукового світогляду.

Читайте, і нехай РАДІСТЬ ПІЗНАННЯ обов'язково буде з вами у Новому 2012 році!



Головний редактор журналу «Країна знань» Т.В. Беліх вручає примірник журналу Генеральному директору ЦЕРНу Р.-Д. Хойєру



# РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОЙ НАУКЕ

*Статья Виктора Михайловича Глушкова, которую мы предлагаем вам для внимательного прочтения, была опубликована в журнале «Вестник Академии наук СССР», № 9, 1974 г.*

*Статья — это отчёт о проделанной работе учёных-математиков перед своей страной, которая вкладывала не малые народные деньги в науку.*

*В статье ясно видна гордость за отечественную науку, и ведь было чем гордиться. Прочтите, и надеемся у вас появится гордость за учёных.*

*Чем ещё ценна эта статья для вас — вы узнаете историю развития в нашей стране математики, кибернетики, какие новые направления, благодаря работе наших учёных, начали развиваться, и наш вклад в мировую науку.*

*И ещё, о скромности великого учёного, организатора, общественного деятеля — ВМ. Глушкова, заметьте в статье ничего не сказано о его работе, а его вклад в науку, в создание компьютерной техники получил мировое признание.*

Утверждение, что математика в современном мире играет огромную роль, превратилось в достаточно банальную истину. Общеизвестно, что многие отрасли науки и техники своими успехами в значительной степени обязаны широкому использованию математических методов. Прежде всего, это относится к так называ-



**Виктор Михайлович Глушков (1923 - 1982) — выдающийся советский математик и кибернетик**

емым точным наукам — механике твёрдого тела, теоретической физике, квантовой химии.

Мы являемся свидетелями проникновения математики и в такие разделы науки, где до недавнего времени господствовали, в основном, качественные методы исследования. На наших глазах возникли и бурно развиваются *математическая экономика, математическая биология, математическая лингвистика* и многие другие математизированные и математизируемые области знания.

Что же делает математику столь универсальным и мощным инструментом исследования? Одно из самых глубоких и точных высказываний, определяющих её место в системе наук, принадлежит знаменитому физика **Нильсу**

**Бору: математика — это больше, чем наука, это — язык.**

На первый взгляд может показаться, что в этом определении нет ничего особенного. В конце концов, каждая наука создаёт свой собственный язык в виде специальной терминологии, сокращённых символических обозначений и т. п.

Достаточно сослаться на специфическое терминологическое богатство языков современной медицины, геологии, биологической систематики, вспомнить о символике химических формул, языке чертежей и схем.

Однако язык математики имеет одну отличительную, ставящую его в особое положение, черту: над ним усилиями многих поколений математиков воздвигнуто огромное стройное здание **дедуктивных построений**. Потому всякий раз, когда та или иная задача в любой области науки может быть сформулирована на данном языке, к услугам исследователя оказывается и определённая часть здания в виде соответствующего математического аппарата.

Благодаря этому, как правило, удаётся сэкономить массу абстрактной мыслительной работы (дедуктивных построений), затрачиваемой на получение нужных выводов. Например, сформулировав задачу на языке дифференциальных уравнений, специалист любой отрасли знания получает в руки готовый аппарат для численного решения задачи,

изучения качественных особенностей этого решения и т. п.

Таким образом, высказывание Бора можно дополнить: «*Математика — это больше, чем язык, это язык с воздвигнутым над ним зданием дедуктивных построений*».

Возможности и перспективы применения математики в других науках оказываются тем самым тесно связанными с двумя внутриматематическими проблемами — дальнейшим развитием её языка и непрерывным наращиванием и совершенствованием высящегося над ним здания. Работа в обоих направлениях стимулируется как задачами, возникающими в рамках самой математики, так и прикладными, поставляемыми другими науками.

В различные периоды развития математики относительное значение этих двух групп стимулов (внутреннего и внешнего) менялось, однако во все времена существовало их органическое единство, обеспечивающее единство чистой и прикладной математики.

Успехи чистой математики, расширяя и укрепляя здание дедуктивных построений, способствуют, в конце концов, укреплению мощи математики как аппарата прикладных исследований.

В свою очередь, успехи прикладной математики, расширяя язык математики и круг решаемых ею задач, предопределяют создание новых областей математических исследований и достижения чистой математики.

Сегодня зачастую невозможно определить, где кончается прикладная математика и начинается чистая, и наоборот.

Одним из важных внутренних стимулов, обуславливающих развитие математики в наши дни, продолжает оставаться доставшийся нам от предыдущих поколений учёных ряд трудных проблем. Решение многих из них было найдено в

последние годы, но наряду с тем возникли и возникают новые.

Решение каждой трудной математической проблемы представляет интерес и само по себе, но значение такого события многократно возрастает, если при этом (как чаще всего и бывает) создается новый математический аппарат, имеющий широкую область применений.

История развития математики в Академии наук СССР может дать тому немало примеров.

Достаточно указать на метод тригонометрических сумм, предложенный академиком **И.М. Виноградовым** для решения известных *проблем Варинга и Гольдбаха* в аддитивной теории чисел. Или на созданный академиком **Л.С. Понтрягиным** новый мощный аппарат (теория характеров с принципом двойственности) для изучения коммутативных локально компактных групп (стимулом для создания этого аппарата послужили исследования по так называемой *пятой проблеме Гильберта*).

Есть также много примеров, когда обобщающие результаты и новые постановки задач в рамках старых разделов математики приводили к возникновению в ней новых разделов. Так, локальная теорема академика **А.И. Мальцева** привела к общей *теории моделей* (**А.И. Мальцев**, **А. Тарский** и другие).

Работа академика **С.А. Соболева**, в которой при решении задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа были впервые введены обобщённые функции, послужила отправной точкой для развития современной *теории обобщённых функций* — мощного аппарата исследований, как в чистой, так и в прикладной математике (**Л. Шварц** и другие).

Новые теории, вытекающие из внутриматематических нужд, служат, как мы уже говорили,

прежде всего, для укрепления и расширения здания самой математики, но нередко случаи, когда математический аппарат, первоначально предназначенный для достаточно абстрактных, далёких от практики целей, впоследствии приобретал важное прикладное значение.

Так, *теория групп*, созданная в прошлом столетии для изучения вопроса о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах, в наши дни стала играть важную роль в теоретической физике и кристаллографии.

*Математическая логика*, служившая вначале для подведения прочного фундамента под математические построения и выводы, стала мощным практическим инструментом при проектировании электронных вычислительных машин и средств дискретной автоматики.

Другой внутриматематический источник совершенствования здания математики — развитие языка, на котором формулируются математические понятия и результаты, приводящие к перестройке тех или иных её разделов с позиций как большой общности и строгости, так и ясности и простоты изложения.

В течение последнего столетия здание математики подвергалось серьёзной перестройке, по меньшей мере, 3 раза.

Прежде всего, это была *перестройка математического анализа на теоретико-множественной основе*. Затем основания математики были пересмотрены с *формально-аксиоматических позиций* (с привлечением конструктивных методов).

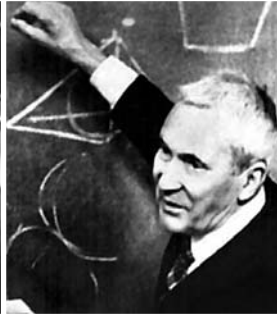
Третья перестройка, завершающаяся в наши дни, связана с *общим процессом алгебраизации математики и подведением под многие её разделы единообразного алгебро-топологического фундамента* (в результате появилось много-томное издание «*Элементы*



**Мстислав  
Всеволодович  
Келдыш (1911–1978)**



**Николай Николаевич  
Боголюбов  
(1909–1992)**



**Андрей Николаевич  
Колмогоров  
(1903–1987)**

математики», подготовленное коллективом французских математиков под псевдонимом **Н. Бурбаки**).

Всякая разумная перестройка и совершенствование языка математики приводят к новому росту её возможностей как инструмента исследования. Повышается степень обоснованности применений этого инструмента, расширяются их границы.

С новым языком приходит, как правило, и новая интуиция, а также новое понимание очевидности и ценности результатов. О том, в какой степени создание нового языка увеличивает прикладную мощь математического аппарата, можно судить по той большой роли, которую сыграл язык векторного и тензорного анализа в становлении и развитии теории относительности и современной теории гравитации.

Немалое значение для понимания проблем, выдвигаемых астрофизикой и космогонией, имеют и будут иметь современные алгебро-топологические методы изучения свойств многообразий в целом.

По-прежнему важнейшим стимулом развития математики остаются прикладные задачи, возникающие в рамках других наук. Со времён **А. Эйлера** учёные нашей Академии не только решали прикладные задачи, но и создавали на их основе новые разделы математики, оттачивали необходимый для этого математический аппарат.

Имена академиков **П.А. Чебышева**, **А.М. Ляпунова**, **В.А. Стеклова** и других сияют,

как звёзды первой величины, далеко за пределами собственно математики. Эта традиция сохранена и умножена математиками Академии наук СССР.

Так, решая задачи гидродинамики, академик **М.А. Лаврентьев** создал новое направление в теории *приближённых конформных отображений* на основе использования вариационных методов. Работы академика **М.В. Келдыша** по гидродинамике, аэродинамике и автоматическому регулированию органически связаны с полученными им фундаментальными математическими результатами в *теории функций комплексного переменного, теории приближения в комплексной области, теории несамосопряжённых операторов* и пр.

С помощью предложенных **Мстиславом Всеволодовичем Келдышем** новых математических методов **М.А. Лаврентьев** добился практически важных результатов в области *теории волн и струй*, разработал гидродинамическую теорию кумуляции, нашёл неожиданные возможности применения теории аналитических функций для изучения явлений детонации и направленного взрыва. Им и **М.В. Келдышем** построена теория движения крыла под поверхностью жидкости. **М.В. Келдыш** создал *теорию подъёмной силы крыла самолёта с учётом сжимаемости воздуха, теорию флаттера крыла и теорию автоколебаний колёс самолёта*.

Работы академика **Н.И. Мусхелишвили** по применению теории функций комплексного пе-

ременного в теории упругости естественным образом перешли в русло нового раздела математики — *теории сингулярных интегральных уравнений*, в разработку которой им внесён определяющий вклад.

Академик **А.Н. Колмогоров**, оттапливаясь от практических задач теории диффузий, пришёл к общему понятию марковских процессов и создал аналитический аппарат для их изучения. Выросшая из этих работ *общая теория случайных процессов* стала мощным исследовательским инструментом в современной теории управления и связи, в радиоэлектронике и других областях науки и техники. Важнейший вклад сделан **А.Н. Колмогоровым** в *теорию турбулентности*.

Исследования академика **Л.В. Канторовича** по оптимизации использования ресурсов в области экономики привели его к общим постановкам задач линейного программирования.

*Теория линейного программирования*, развитая им и **Дж. ван Данцигом**, нашла применение далеко за пределами экономической науки. Из практических задач теории управления родился *принцип максимума* **Л.С. Понтрягина**. Наряду с теорией динамического программирования, предложенной **Р. Беллманом**, результаты **Л.С. Понтрягина** служат основой для решения многочисленных задач в математической экономике, теории оптимальных процессов и т. п.

Много примеров создания новых математических методов и теорий для решения прикладных задач связано с именем академика **Н.Н. Боголюбова**.

Назовём, в частности, асимптотические методы исследования нелинейных дифференциальных уравнений, нашедшие важные практические приложения в разных областях (например, для расчёта ускорителей элементарных частиц). Его результа-

ты по аналитическим продолжениям обобщённых функций сыграли важную роль в развитии *теории сильных взаимодействий квантовой теории поля*.

Н.Н. Боголюбову принадлежит математическое осмысление техники перенормировки в квантовой электродинамике. Им построена *микроскопическая теория сверхтекучести*, создан новый *метод изучения явления сверхпроводимости*.

Немало сделано для развития математических методов и их применений учёными, основные работы которых относятся к областям науки, тесно связанным с математикой (механика, геофизика и др.). Так, академиком **А.А. Дородницыным** предложен метод интегральных соотношений, выполнены работы по приближённым методам исследования гиперзвуковых течений.

Интересные результаты получены академиком **Н.Н. Красовским** по линейным уравнениям с запаздывающим аргументом, по теории устойчивости «в целом» и т. д.

Сочетание глубоких теоретических исследований с важными практическими приложениями их результатов характерно для деятельности большинства членов Отделения математики Академии наук СССР.

Помимо названных нами имён, в этом ряду могут быть с полным правом упомянуты академики **И.Н. Векуа**, **В.С. Владимиров**, **Ю.В. Прохоров**, **А.Н. Тихонов**, члены-корреспонденты АН СССР **А.В. Бицадзе**, **И.М. Гельфанд**, **М.М. Лаврентьев**, **А.А. Самарский**, **С.В. Яблонский** и другие.

При решении прикладных задач в последнее время возник целый ряд новых областей математики: *теория массового обслуживания*, *теория игр*, *теория автоматов*, *прикладная теория алгоритмов* и др.

Принципиально новая страница в истории математики и её приложений к другим наукам открылась в связи с изобретением ЭВМ. Здесь человек впервые встретился с устройствами, потенциальные возможности которых в области дедуктивных построений значительно превосходят его собственные. Это обстоятельство будет иметь решающее значение для дальнейшего развития математики и комплекса дедуктивных наук вообще, а не для одних лишь «вычислительных» их разделов, как это обычно считают.

Следует сразу оговориться, что сегодня подобная узкая точка зрения в какой-то мере оправдана. Ибо хотя современные ЭВМ могут в принципе выполнять любые дедуктивные построения, их нынешняя архитектура и состав математического обеспечения ориентированы, в основном, на сравнительно небольшой класс дедуктивных построений типа обычных процедур вычислительного характера, хотя и более общих, чем обычные вычисления. Чтобы полнее охарактеризовать класс задач, которые можно с успехом решать на имеющихся ЭВМ, приведём один пример.

Предположим, что нам нужно изучить поведение системы со множеством качественных параметров, т. е. параметров, каждый из которых может принимать определённое конечное число различных значений — «хорошо», «удовлетворительно», «плохо» или 1, 2, 3, 4 и т. д. К таким системам принадлежат организм человека или животного, человеческое общество. В целях определённости будем считать, что мы имеем дело с человеческим организмом. Параметры, о которых идёт речь, касаются состояния различных органов, их отдельных частей, систем регулирования, индивидуальных свойств характера, а также различного рода внешних воздействий (режим работы и от-

дыха, питание, физические упражнения, приём лекарств и лечебных процедур и т. п.).

Далее, предположим, что учёными различных специальностей найдены логико-временные зависимости между параметрами. Обычная форма представления таких зависимостей — это совокупность утверждений типа: «Если в какой-то момент времени параметры  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jk}$  имели значения  $a_{i1}, \dots, a_{ik}, b_{j2}, \dots, b_{je}$ , то через промежуток времени параметр  $x_i$  перейдёт с вероятностью  $p$  в состояние  $a_i$ ».

Имея все возможные зависимости подобного рода для каждого из внутренних параметров  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , характеризующих систему, зная их начальные значения, а также то, как изменяются во времени все параметры  $y_1, y_2, \dots, y_m$ , характеризующие внешние воздействия на систему, в принципе оказывается возможным шаг за шагом установить законы распределения вероятностей значений всех внутренних параметров для моментов времени  $\tau, 2\tau, 3\tau$  и т. д.

Таким образом, в принципе решается задача прогноза состояния организма (с учётом индивидуальных свойств человека) при различных вариантах внешних воздействий. Следует, однако, принять во внимание одно немаловажное обстоятельство.

Дело в том, что для сколь угодно реальной постановки указанная задача должна иметь многие тысячи параметров и многие десятки (и даже сотни) тысяч элементарных логико-временных соотношений. Поэтому человеку, не пользующемуся ничем, кроме арифмометра, карандаша и бумаги, может не хватить всей его жизни для просчёта даже одного варианта такого прогноза.

Современные ЭВМ, ускоряя процесс вычислений (и другие операции, необходимые для решения приведенной нами задачи) в десятки миллио-



**Сергей Львович  
Соболев  
(1908–1989)**



**Анатолий Иванович  
Мальцев  
(1909–1967)**



**Михаил Алексеевич  
Лаврентьев  
(1900–1980)**



**Николай  
Николаевич  
Красовский (1924)**



**Иван Матвеевич  
Виноградов  
(1891–1983)**

нов раз, превращают годы в секунды (в году насчитывается немногим более 30 млн. с).

Таким образом, описанная схема решения задачи, совершенно бесполезная в домашнюю эпоху, при использовании ЭВМ становится действенным средством дедукции.

Поскольку в указанную схему укладывается большое число различных задач из сферы биологических и социальных наук, становится ясным, почему применение ЭВМ приводит к возможности математизации этих наук.

Язык классической вычислительной математики — это, прежде всего язык формул алгебры и анализа, причём формул, достаточно простых для ручного счёта. Язык современной вычислительной математики — это язык алгоритмов и программ, включающий старый язык формул в качестве частного случая.

При этом ограничения и сложности, уже сегодня неизмеримо меньшие по сравнению с классической математикой, благодаря быстрому прогрессу электронной вычислительной техники становятся с каждым днём всё слабее и слабее.

Классическая вычислительная математика была нацелена на изучение относительно простых систем. Её язык ориентировался на описание непрерывных параметров и специальных зависимостей, характерных, прежде всего для механики и физики. Современная вычислительная математика даёт возможность

эффективного изучения сложных (многопараметрических) систем. Её язык универсален в том смысле, что он пригоден для описания параметров и зависимостей любого характера. Тем самым создаётся основа для исследования дедуктивными методами объектов и явлений в науках, не принадлежащих к числу точных.

Да и в самих точных науках многие задачи удавалось доводить до числа только при таком огрублении их условий, что решение годилось разве лишь для качественной ориентировки. Для более точного решения нужно было прибегать к дорогостоящим экспериментам на реальных объектах или их физических (натурных) моделях.

Благодаря появлению и развитию ЭВМ круг задач, решаемых расчётными способами и при помощи математического моделирования, непрерывно расширяется, отвоевывая у классических экспериментальных и наблюдательных методов всё новые и новые области.

Сам эксперимент сегодня также радикальным образом меняет своё лицо. Сложные экспериментальные установки снабжаются встроенными в них ЭВМ, которые автоматически считывают и обрабатывают получаемые данные, осуществляют управление экспериментом. Более простые установки и приборы обслуживаются коллективно одной ЭВМ, общей для целой лаборатории или даже группы лабораторий. Постепенно пробивает себе дорогу точка зрения, что ка-

чество экспериментальной установки должно оцениваться не по физическим параметрам, а по количеству и качеству получаемой от неё информации.

Развитие ЭВМ приводит к тому, что естествоиспытатели-теоретики начинают пересматривать свой традиционный девиз «мир устроен просто», сослуживший науке огромную службу в домашнюю эпоху. Ведь, по существу, они не имели в то время альтернативы, а испытанный девиз нацеливал их внимание на те области, где он действительно оправдывался. Разумеется, и сейчас его рано сдавать в архив. Однако в наше время его целесообразно дополнить: «в некоторых своих частях мир всё же устроен сложно». Ведь только под этим новым девизом могут широко развиваться дедуктивные методы исследования сложных биологических и социальных систем.

Да и современные технические системы, применяемые в управлении экономикой, космическими полётами, сложными технологическими процессами, вряд ли можно эффективно изучать и тем более проектировать под старым девизом. Создание таких систем и самих вычислительных машин сегодня возможно лишь при условии автоматизации процессов проектирования с помощью ЭВМ в диалоговом (человек — машина) режиме.

Развиваются специальные машинные языки для моделирования на ЭВМ сложных технических систем (в первую очередь систем управления).

Успехи вычислительной математики бесспорны. Однако всё ещё имеет место существенное различие между аналитическим (формульным) и численным (в виде машинной программы) решением задачи. Помимо большей сжатости и наглядности формульного языка по сравнению с языком произвольных алгоритмов и программ, между ними есть ещё два гораздо более существенных различия.

*Во-первых*, когда решение представлено в виде формулы, можно дедуктивным путём вывести его некоторые общие (например, асимптотические) свойства. *Во-вторых*, формулы можно преобразовывать из одного вида в другой в зависимости от предъявляемых к ним требований.

Нетрудно понять, что указанные преимущества формульного языка вызваны причинами чисто исторического характера и рано или поздно исчезнут в результате развития теории языков программирования. Прежде всего, есть возможность введения систем микрооператоров и кратких обозначений для них, которые были бы ориентированы на определённые классы применений (подобно тому как формульные макрооператоры  $\sin x$ ,  $\int_a^b(x)dx$  и др. ориентированы на применение в традиционных точных науках, например в механике и физике). В результате частого употребления они сделаются, в конце концов, столь же привычными и наглядными, как и классические макрооператоры алгебры и анализа. Исследование свойств этих макрооператоров и правил их композиции позволит (как и в случае формул) изучить по записи алгоритма общие свойства представляемых им решений. Наконец, уже сегодня заложены основы алгебры алгоритмов и программ, с помощью которой можно осуществлять их формальные эквивалентные преобразования,

подобно тому, как это делается применительно к формулам.

Иными словами, над языком алгоритмов и программ должно быть возведено здание дедуктивных построений, аналогичное тому, которое было сооружено над обычным формульным языком трудами многих поколений математиков. Когда первое здание догонит в своём росте второе и поглотит его, принципиальная качественная разница между аналитическими и численными решениями исчезнет.

Что же касается количественного различия, определяемого степенью сложности изучаемых объектов и описывающих их программ, то и здесь намечается вполне естественный выход. Разумеется, далеко не одно и то же определить асимптотическое поведение решения, представляемого простой или сложной формулой. Количество нужных дедуктивных построений во втором случае будет естественно больше.

Не следует забывать, однако, что ЭВМ — это потенциальный дедуктор, гораздо более мощный, чем человеческий мозг. При условии автоматизации соответствующих дедуктивных построений качественное исследование решений, представляемых сложными программами, может оказаться не более трудной задачей, чем аналогичная задача для простых формул сегодня.

Вообще, поскольку дедуктивные построения над языком математики будущего по необходимости должны быть гораздо сложнее, успешное развитие математики и её приложений в других науках станет невозможным (или, по крайней мере, будет сильно затруднено) без автоматизации этих построений. Сейчас есть достаточно интересные примеры подобной автоматизации, выполненной на базе универсальных доказывающих процедур в рам-

ках обычной математической логики.

К сожалению, построенные на этой основе программы обладают одним существенным недостатком: хорошо служа доказательству теорем в самой математической логике, они оказываются довольно беспомощными за её пределами. Причину подобного явления понять, нетрудно.

Дело в том, что математическая логика развивалась до сих пор как аппарат для обоснования математики, а не как практическое орудие формализации математических рассуждений. Применяемые в ней строительные блоки мелки, а их ассортимент слишком ограничен, чтобы можно было с их помощью достаточно легко и просто описывать построения, применяемые в содержательных разделах математики.

Для такого описания в настоящее время разработан язык *практической математической логики*. Формулировки определений и теорем, равно как и доказательства, в этом языке достаточно близки к тем, которые используют математики в своих исследованиях. Правила вывода в этой логике объединяются в алгоритм, так называемый *алгоритм очевидности*, доказывающая сила которого примерно соответствует уровню, который вкладывается в понятие очевидности в математических монографиях.

Дальнейшее развитие алгоритма очевидности и разработка специального языка «подсказок» приведут к эффективной совместной работе математика с ЭВМ по доказательству новых теорем. По мере совершенствования этой системы учёным станут доступными всё более и более сложные дедуктивные построения. Тем самым будут неограниченно расширяться возможности применения математических методов исследования в других науках.

**В.М. Глушков. 1974 г.**